

文系第2問

数列  $a_1, a_2, \dots$  を

$$a_n = \frac{{}^{2n}C_n}{n!} \quad (n = 1, 2, \dots)$$

で定める。

(1)  $a_7$  と 1 の大小を調べよ。

(2)  $n \geq 2$  とする。  $\frac{a_n}{a_{n-1}} < 1$  をみたす  $n$  の範囲を求めよ。

(3)  $a_n$  が整数となる  $n \geq 1$  をすべて求めよ。

$$(1) a_7 = \frac{143}{210} < 1$$

$$(2) a_n = \frac{(2n)!}{n!n!n!}, a_{n-1} = \frac{(2n-2)!}{(n-1)!(n-1)!(n-1)!} \quad \therefore \frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{2(2n-1)}{n^2}$$

$$\text{よって } R_n = \frac{a_n}{a_{n-1}} < 1 \iff n^2 - 4n + 2 > 0 \iff (n-2)^2 > 2 \iff n \geq 4$$

(3) (2) より  $a_4 > a_5 > a_6 > a_7$  で (1) から  $a_7 < 1$  だから、 $n = 1, 2, \dots, 6$  について調べる。

$$a_1 = 2, a_n = R_n a_{n-1} \text{ から, } a_2 = 3, a_3 = \frac{10}{3}, a_4 = \frac{35}{12}, a_5 = \frac{21}{10}, a_6 = \frac{77}{60}$$

よって求める  $n$  は  $n = 1, 2$

◆コメント◆

誘導通り解いていくと必ず答えが出ます。第1問よりもとりやすいかもしれません。